

ورقه‌ای فلزی و مستطیلی شکل به اضلاع a_1 و b_1 را در نظر بگیرید. بر اثر افزایش دمای ΔT ، طول اضلاع مستطیل به اندازه Δa و Δb افزایش می‌یابند. اگر ضریب انبساط طولی ورقه α باشد، نشان دهید که افزایش مساحت این ورقه با تقریب مناسب از رابطه $\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$ به دست می‌آید. با استفاده از معادله ۴-۲ می‌توان Δa و Δb را به دست آورد:

$$\Delta a = \alpha a_1 \Delta T \Rightarrow a_r = a_1 + \alpha a_1 \Delta T \Rightarrow a_r = a_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

$$\Delta b = \alpha b_1 \Delta T \Rightarrow b_r = b_1 + \alpha b_1 \Delta T \Rightarrow b_r = b_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

مساحت ورقه پس از افزایش دما برابر $a_r b_r$ است و بنابراین داریم

$$A_r = a_r b_r = a_1 b_1$$

$$= a_1 (1 + \alpha \Delta T) b_1 (1 + \alpha \Delta T) = a_1 b_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

$$= a_1 b_1 (1 + 2\alpha \Delta T + (\alpha \Delta T)^2)$$

اعظم حشمتی

با توجه به اینکه α معمولاً از مرتبه 10^{-5} بر درجه سلسیوس است (جدول ۴-۱ را ببیند) و ΔT معمولاً بیشتر از مرتبه 10^2 درجه سلسیوس نیست، می‌توان نتیجه گرفت که جمله $(\alpha \Delta T)^2$ در مقایسه با جمله $2\alpha \Delta T$ بسیار کوچک است و می‌شود از آن چشم‌پوشی کرد. از طرفی $a_1 b_1$ همان مساحت اولیه ورقه است که آن را با A_1 نشان می‌دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

$$A_r = A_1 (1 + 2\alpha \Delta T) \Rightarrow A_r - A_1 = \Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$$